



ModernGravNet

Εκσυγχρονισμός του Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας  
Modernization of the Hellenic Gravity Network

Ημερίδα “Εκσυγχρονισμός του Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας”  
22 Δεκεμβρίου 2022

## Αξιολόγηση Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας

Βασίλειος Ανδριτσάνος<sup>2</sup>, Βασίλειος Γρηγοριάδης<sup>1</sup>,  
Δημήτριος Νατσιόπουλος<sup>1</sup>

<sup>1</sup>GravLab, Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

<sup>2</sup>GAEA, Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής



GRAV  
LAB



ΕΛΙΔΕΚ  
Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας & Καινοτομίας

- Σύντομη παρουσίαση έργου
- Μετρήσεις απόλυτης τιμής βαρύτητας (ΠΕ2)
- Συγκρίσεις νέων τιμών με τιμές αναφοράς (ΠΕ4)
- Εφαρμογή παραμετρικών μοντέλων διόρθωσης (ΠΕ4)
- Αξιολόγηση και επιλογή κατάλληλου μοντέλου (ΠΕ4)
- Συμπεράσματα



### Σκοπός

- Αξιολόγηση του Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας
- Διερεύνηση ανάγκης εκσυγχρονισμού του Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας
- Διερεύνηση της χρήσης του γεωειδούς ως επιφάνειας αναφοράς για το κατακόρυφο δίκτυο της Ελλάδας

### Στόχοι

- Η διεξαγωγή μετρήσεων απόλυτης τιμής της βαρύτητας σε σημεία του εθνικού δικτύου
- Η διεξαγωγή μετρήσεων σχετικής τιμής της βαρύτητας για την πύκνωση και τον έλεγχο του δικτύου βαρύτητας σε επιλεγμένες περιοχές
- Η αξιολόγηση του δικτύου βαρύτητας και του κατακόρυφου δικτύου της Ελλάδας
- Ο υπολογισμός υψηλής ακριβείας γεωειδούς για τον ελληνικό χώρο
- Η διερεύνηση της χρήσης του μοντέλου γεωειδούς ως επιφάνεια αναφοράς του κατακόρυφου συστήματος της χώρας

### Αποτελέσματα

- Μοντέλο βαρυμετρικού γεωειδούς για τον ελληνικό χώρο
- Μελέτη για το δίκτυο βαρύτητας και το κατακόρυφο δίκτυο της Ελλάδας

### Νέα

23 Δεκ 2019 - Έναρξη του έργου

### Χρηματοδότηση

Το ερευνητικό πρόγραμμα χρηματοδοτείται από το Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας και Καινοτομίας (ΕΛ.ΙΔ.Ε.Κ.) στο πλαίσιο της Δράσης "1η Προκήρυξη ερευνητικών έργων ΕΛ.ΙΔ.Ε.Κ. για την ενίσχυση των μελών ΔΕΠ και Ερευνητών/τριών και την προμήθεια ερευνητικού εξοπλισμού μεγάλης αξίας" (Αριθμός Έργου:1550).



### Υλοποίηση

Το ερευνητικό πρόγραμμα υλοποιείται στο GravLab - "Εργαστήριο Εφαρμογών και Μελέτης του Πεδίου Βαρύτητας".



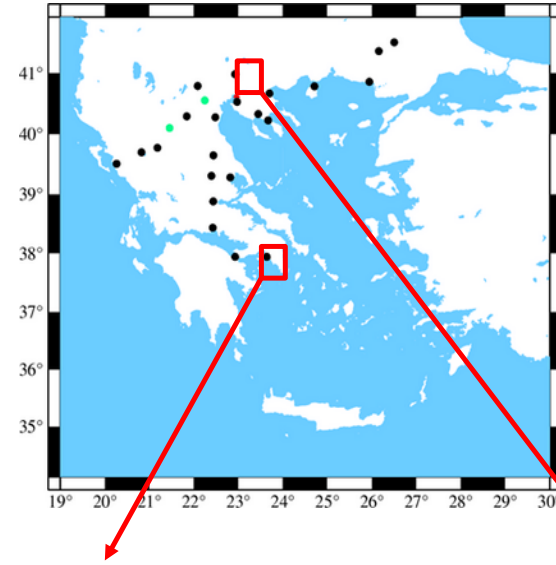
### Ενότητες Εργασίας

- EE1 - Διαχείριση έργου και διάχυση αποτελεσμάτων
- EE2 - Μετρήσεις απόλυτης τιμής βαρύτητας ←
- EE3 - Μετρήσεις σχετικής τιμής βαρύτητας
- EE4 - Αξιολόγηση υφιστάμενου δικτύου βαρύτητας και κατακόρυφου δικτύου ←
- EE5 - Μοντέλο γεωειδούς για τον ελληνικό χώρο
- EE6 - Διερεύνηση χρήσης μοντέλου γεωειδούς ως επιφάνεια αναφοράς του κατακόρυφου συστήματος

[http://olimpia.topo.auth.gr/moderngravnet/index\\_en.html](http://olimpia.topo.auth.gr/moderngravnet/index_en.html)

# Περιοχές μελέτης και δεδομένα

- 500 σταθμοί μετρήσεων βαρύτητας
- 25 σταθμοί του Ελληνικού Δικτύου 1ης και 2ης τάξης
- Απόλυτες και σχετικές μετρήσεις βαρύτητας
- Δύο περιοχές μελέτης με λεπτομερή πληροφορία
- Χωροσταθμικές οδεύσεις ελέγχου σε συνδυασμό με σχετικές μετρήσεις βαρύτητας και εντοπισμό θέσης GNSS
- Πλέγματα βαρύτητας 1 km για τοπική προσέγγιση γεωειδούς



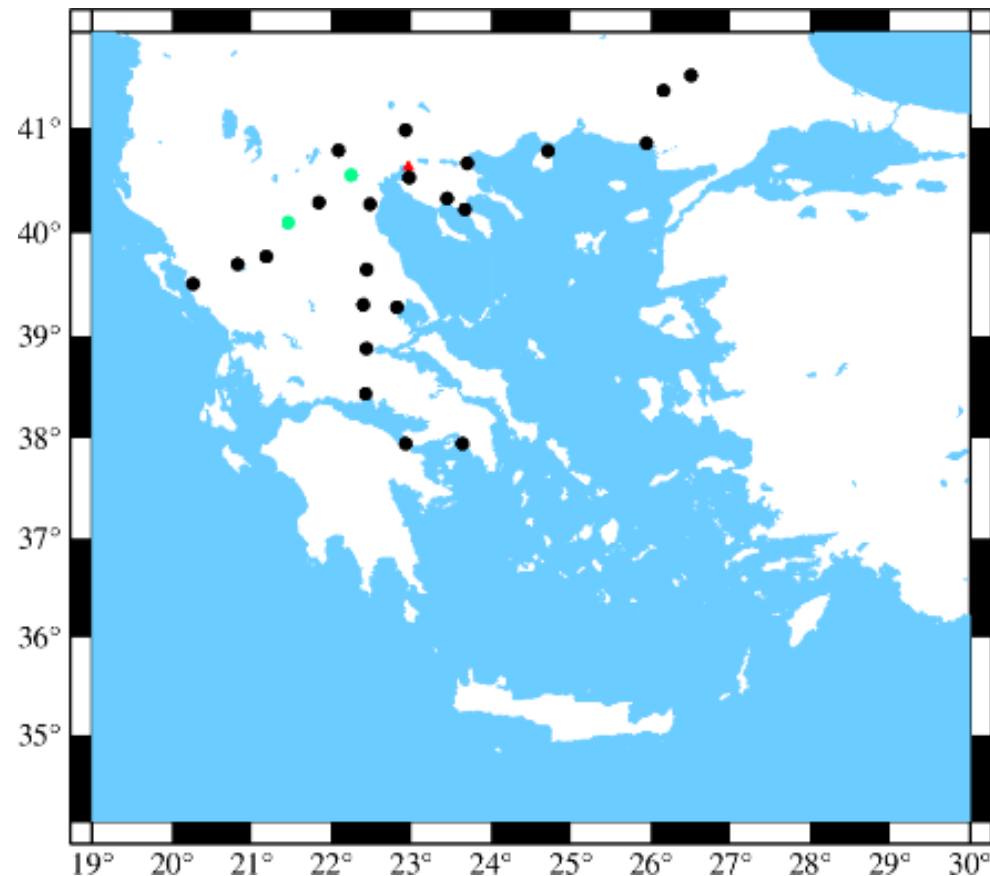
Athens test area



Thessaloniki test area

# Μετρήσεις απόλυτης τιμής βαρύτητας (1)

- Σημεία ελέγχου απόλυτης τιμής 1ης και 2ης τάξης
- Μετρήσεις με βαρυτόμετρο απόλυτης μέτρησης A10 – τρία σημεία
- Μετρήσεις με σχετικά βαρυτόμετρα CG5
- Καλύψη στη Βόρεια και Κεντρική Ελλάδα
- Επιλογή για ανίχνευση κλίσεων
- Προσβασιμότητα
- Επιλέχθηκαν 25.3% των σημείων του δικτύου 1ης και 2ης τάξης



# Μετρήσεις απόλυτης τιμής βαρύτητας (2)



Γρεβενά



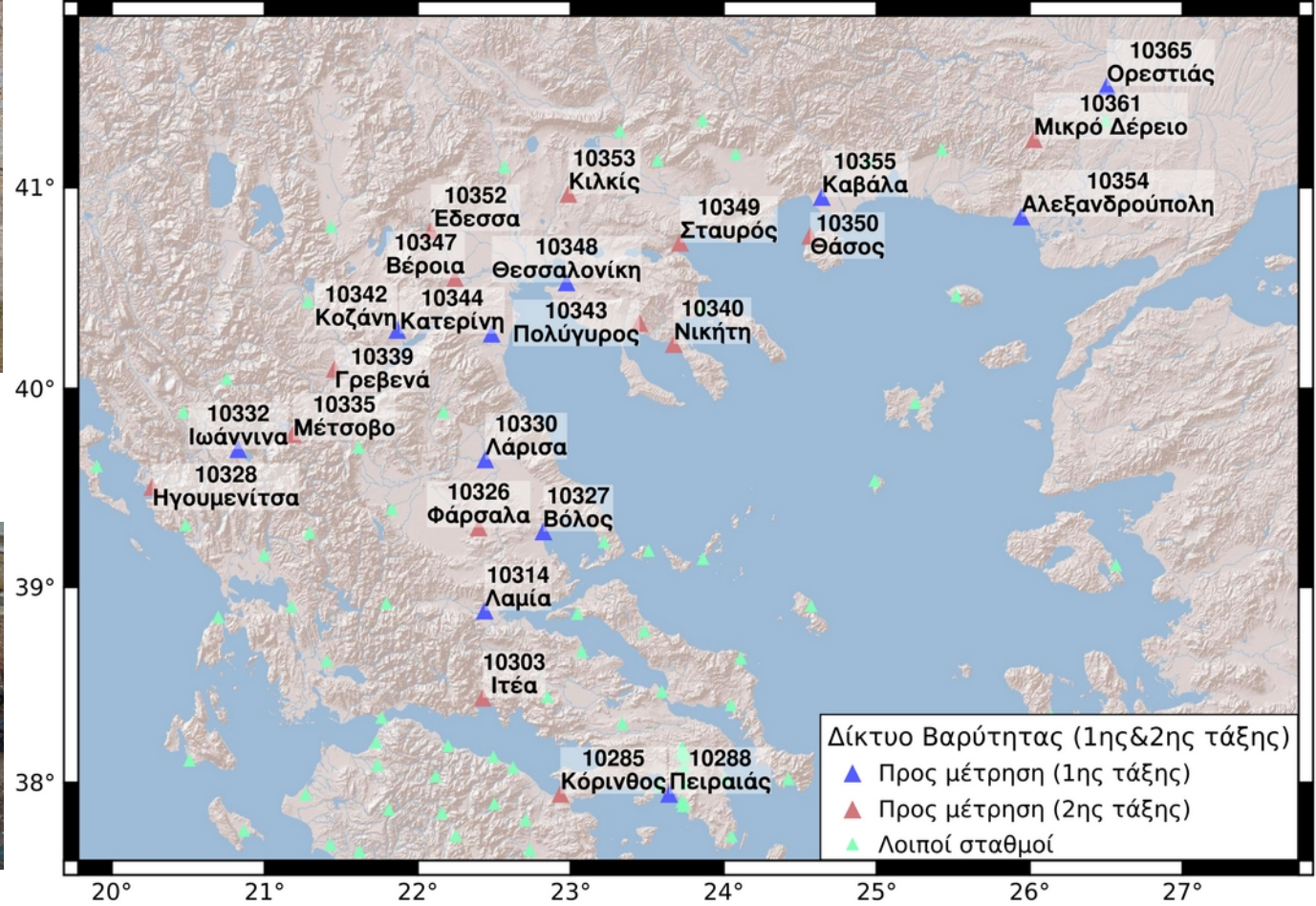
Βέροια



Κόρινθος



Πειραιάς



## Μετρήσεις σε παλιρροιογράφους

- Μαρώνεια, Θεσσαλονίκη, Πλαταμώνας
- Μέτρηση βαρύτητας στη βασική χωρσταθμική αφετηρία στο Πειραιά



Χωροστ. αφετηρία  
Μαρώνεια



Παλιρροιογράφος  
Μαρώνεια



Βασική χωρσταθμική  
Αφετηρία R287 -  
Σχολή Ναυτικών  
Δοκίμων - Πειραιάς



- Βάση βαρύτητας στα Φάρσαλα
- Σύνδεση βαρυτημέτρων σχετικής μέτρησης Βόρειας και Κεντρική Ελλάδα
- Επιλογή στο κέντρο της περιοχής μελέτης
- Βάση αρκετών χιλιομέτρων
- Απαλοιφή συστηματικής διαφοράς οργάνων και προσέγγιση συντελεστή κλίμακας

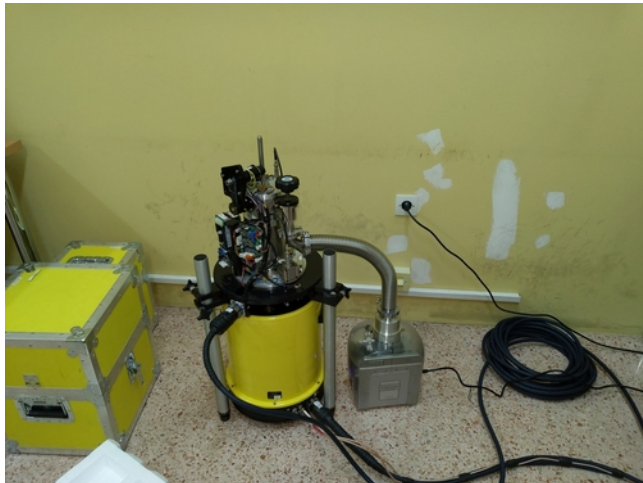


Προσέγγιση συντελεστή κλίμακας βαρυτημέτρων



## Απόλυτες μετρήσεις

- Αριθμός ελεύθερων πτώσεων → 120
- Ρυθμός εκτέλεσης πτώσεων → 1 sec
- Σετ μετρήσεων → 8
- Εφαρμογή διόρθωσης λόγω παλιρροιών → NAI



## Σχετικές μετρήσεις

- Διάρκεια μέτρησης ανά σετ → 60 sec
- Ρυθμός λήψης μετρήσεων → 1 sec
- Σετ μετρήσεων → 7
- Εφαρμογή σεισμικού φίλτρου → NAI
- Εφαρμογή διορθώσεων λόγω παλιρροιών → NAI



## Έλεγχος – ρύθμιση βαρυτημέτρου A10

- Αρχική βαθμονόμηση → βαθμονόμηση laser και οριζοντίωση (εργαστήρια Scintrex)
- Απορρύθμιση laser κατά τη μεταφορά → λανθασμένες τιμές μέτρησης
- Πείραμα ελεύθερης πτώσης → κενό αέρος → ταχεία άντληση
- Έλεγχοι → τιμές αντλιών ιόντων, θερμοκρασία οργάνου και laser, οριζοντίωση, παροχή ρεύματος

## Έλεγχος – ρύθμιση βαρυτημέτρου CG5

- Αρχική βαθμονόμηση → εργαστήριο Scintrex
- Εκ νέου υπολογισμός ολίσθησης οργάνου
- Υπολειπόμενη ολίσθηση κατά τη διαδικασία των μετρήσεων → επιστροφή σε σταθμό αναφοράς
- Έλεγχοι → γραμμικότητα ολίσθησης
- Ρύθμιση παραμέτρων σύμφωνα με τις προδιαγραφές

# Χρονοπρογραμματισμός μετρήσεων (Task 2.3)

Ημερομηνία	Σταθμός Μέτρησης	Διάρκεια μέτρησης	Διάρκεια ταξιδιού προς επόμενο σταθμό	Τύπος μετρήσεων
01/07/2020	Γρεβενά	01:00	-	Απόλυτη
02/07/2020	Μακροχώρι	01:00	-	Απόλυτη
18/11/2020	ΑΠΘ	00:25	03:10	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Ιωάννινα	01:10	01:15	
	Ηγομενίτσα	00:40	01:25	
	Μέτσοβο	00:50	00:50	
	Γρεβενά	00:40	01:55	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	03:45	08:35	
20/11/2020	ΑΠΘ	00:25	03:35	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Θάσος	00:50	01:40	
	Ερατεινόν	00:40	02:10	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	02:20	07:25	

Ημερομηνία	Σταθμός Μέτρησης	Διάρκεια μέτρησης	Διάρκεια ταξιδιού προς επόμενο σταθμό	Είδος μετρήσεων
11/12/2020	Αιγάλεω	00:25	00:40	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Βάρη	00:40	03:00	
	Λαμία	01:10	01:25	
	Ιτέα	00:40	02:50	
	Βάρη	00:40	00:40	
	Αιγάλεω	00:25	-	
	Σύνολο:	04:00	08:35	

Ημερομηνία	Σταθμός Μέτρησης	Διάρκεια μέτρησης	Διάρκεια ταξιδιού προς επόμενο σταθμό	Είδος μετρήσεων
23/11/2020	ΑΠΘ	00:25	03:20	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Αλεξανδρούπολη	01:10	01:25	
	Νέος Πύργος	00:40	00:55	
	Φυλάκια 314	01:10	04:15	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	03:50	09:55	
25/11/2020	ΑΠΘ	00:25	01:50	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Κοζάνη	01:10	01:20	
	Ριζόρι	00:40	00:50	
	Μακροχώρι	00:40	01:40	
	Κιλκίς	00:40	01:00	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	03:35	06:40	
27/11/2020	ΑΠΘ	00:25	03:10	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Μαρώνεια	00:40	01:30	
	Ερατεινόν	00:40	01:25	
	Σταυρός	00:40	01:00	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	02:50	07:05	
02/12/2020	ΑΠΘ	00:25	00:20	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Αεροδρόμιο Μακεδονία	01:10	01:20	
	Νισίτη	00:40	00:40	
	Πολύγυρος	00:40	00:55	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	03:20	03:15	

Ημερομηνία	Σταθμός Μέτρησης	Διάρκεια μέτρησης	Διάρκεια ταξιδιού προς επόμενο σταθμό	Είδος μετρήσεων
04/12/2020	ΑΠΘ	00:25	01:10	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS / Σχετική (Βάση)
	Κατερίνη	00:40	00:45	
	Πλαταμόνας	00:40	00:55	
	Λάρισα	01:10	00:50	
	Φάρσαλα	01:30	00:55	
	Νέα Αγχίαλος	00:40	02:40	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	05:30	07:15	
04/12/2020	Αιγάλεω	00:25	00:40	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS / Σχετική (Βάση)
	Βάρη	00:40	03:30	
	Φάρσαλα	00:40	01:10	
	Λαμία	01:10	02:30	
	Βάρη	00:40	00:40	
	Αιγάλεω	00:25	-	
	Σύνολο:	02:50	08:30	
07/12/2020	Αιγάλεω	00:25	00:40	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Βάρη	00:40	01:40	
	Κόρινθος	00:40	01:40	
	Βάρη	00:40	00:40	
	Αιγάλεω	00:25	-	
	Σύνολο:	02:50	04:40	
10/12/2020	ΑΠΘ	00:25	01:10	Σχετική / Κατακόρυφη βαθμίδα / GNSS
	Κατερίνη	00:40	00:45	
	Πλαταμόνας	01:10	01:25	
	ΑΠΘ	00:25	-	
	Σύνολο:	02:40	03:20	

# Επεξεργασία μετρήσεων βαρύτητας (Task 4.1)



- Απόλυτες τιμές → λογισμικό Microg-LaCoste → Ρύθμιση, έλεγχος μετρήσεων
- Υψηλής ακρίβειας παρατηρήσεις → τοποθεσίες χαμηλού θορύβου
- Σχετικές μετρήσεις → τυπική απόκλιση  $> 3\sigma$  → απομάκρυνση μετρήσεων
- Επίδραση ανέμου, πεζών και αυτοκινήτων, ιδιαίτερα σε αστικές περιοχές
- Σχετικές μετρήσεις → παλίρροιες στερεού φλοιού
- Απόλυτες μετρήσεις → παλίρροιες στερεού φλοιού και ωκεάνιας φόρτισης
- Επαναυπολογισμός επιδράσεων παλιρροιών
- Υπολειπόμενη ολίσθηση → θεώρηση γραμμικής μεταβολής ως προς το χρόνο
- Εκτίμηση συντελεστής κλίμακας βαρυτημέτρων στα Φάρσαλα → συσχέτιση μετρήσεων Βόρειας και Κεντρικής Ελλάδας

# Συγκρίσεις στα σημεία 1ης και 2ης τάξης



- Η σύγκριση πραγματοποιήθηκε στα 25 σημεία ελέγχου του δικτύου 1ης και 2ης τάξης
- Στοιχεία τιμών βαρύτητας από τη Γ.Υ.Σ.
- **Μέση τιμή διαφορών  $g(\text{μέτρηση}) - g(\text{ΓΥΣ})$  στα -15 mGal**

Μέγιστη τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	
57,066	-87,942	-15,066	$\pm 21.009$	[mGal]

- Σύστημα τιμών βαρύτητας  $\rightarrow$  Potsdam
- Τιμές IGSN71 – Potsdam  $\approx -14 \text{ mGal} \pm 1 \text{ mGal}$
- Απόλυτες μετρήσεις  $\rightarrow$  αποδέσμευση από σύστημα βαρύτητας (Wziontek et al. 2021)

- Ιτέα και Φάρσαλα → τιμές μακριά από μοντέλο διαφορών
- Έλεγχος διαστήματος εμπιστοσύνης ( $3\sigma$ )
- Εντοπισμός προβληματικών τιμών και αντικατάσταση

$$P(\hat{x} - \hat{\sigma}t_{n-1}^{\alpha/2} < x \leq \hat{x} + \hat{\sigma}t_{n-1}^{\alpha/2}) = 1 - \alpha \quad P(-73,828 < x \leq 43,696) = 0,99$$

- **Τελικά στατιστικά διαφορών**

Μέγιστη τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	
-14,816	-15,335	-14,998	$\pm 0.151$	[mGal]

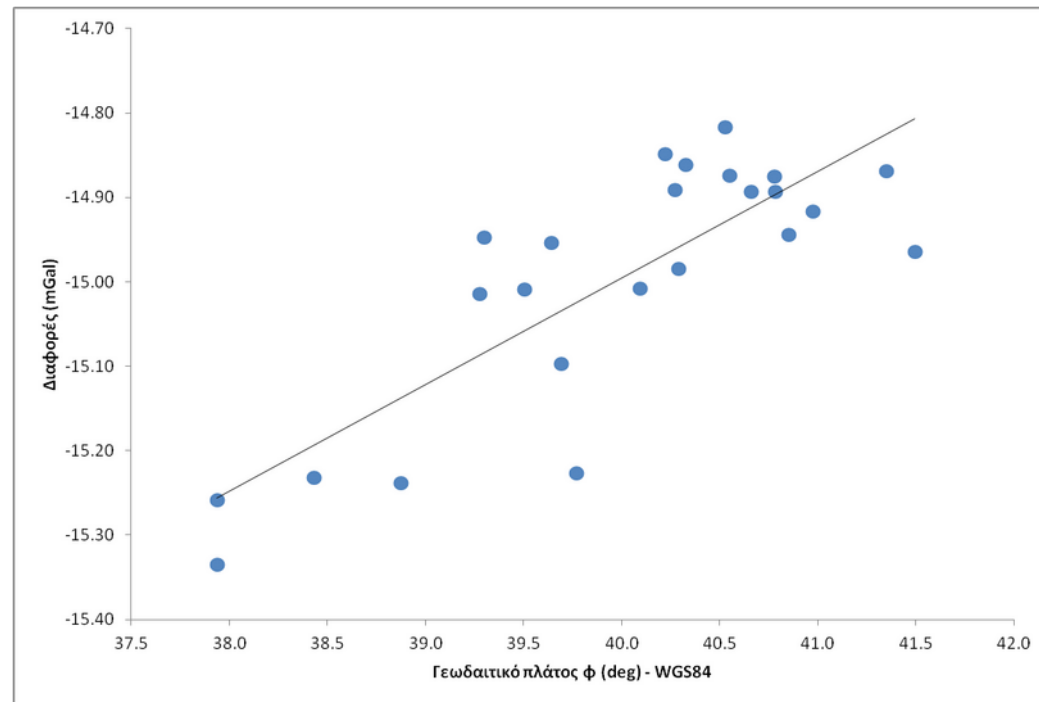
$$P(-15,471 < x \leq -14,642) = 0,99$$

- Παραδοχή ελέγχων → διαφορές τυχαίες μεταβλητές δίχως συσχέτιση με τη θέση

# Μελέτη διαφορών (1)

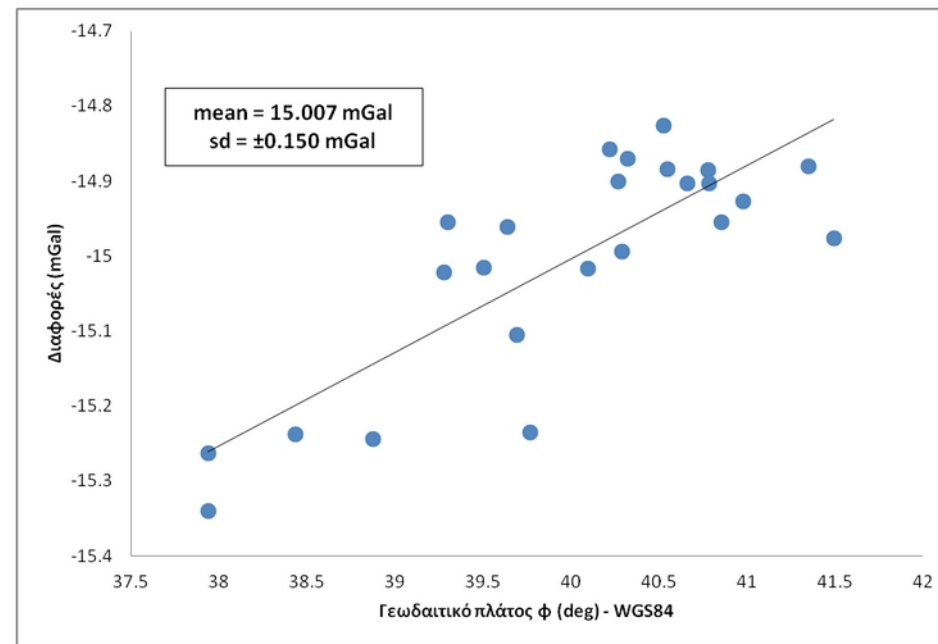
- Μελέτη της εξάρτησης των διαφορών από τη θέση
- Εξάρτηση από το γεωδαιτικό πλάτος  $\phi$
- Μπορεί να αποδοθεί στον όρο “Honkasalo” (Honkasalo, 1964)
- Η διόρθωση αυτή οφείλεται στην επαναφορά της παλιρροϊκής σταθεράς  $M0/S0$  στα αρχικά δεδομένα του συστήματος βαρύτητας (Resolution 15, Canberra 1979)
- Αφαίρεση του διορθωτικού όρου

$$\delta g(M0/S0) = 0.37(1 - 3 \sin^2 \bar{\phi}) [\mu m s^{-2}]$$



# Μελέτη διαφορών (2)

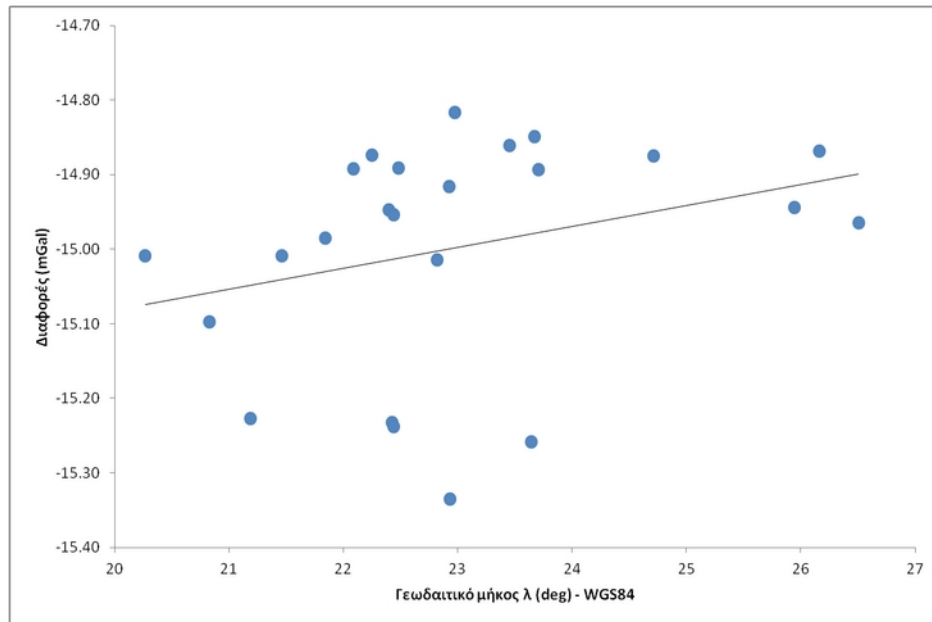
- Μετά τη διόρθωση Honkasalo → ελάττωση της τυπικής απόκλισης των διαφορών
- Παραμένει η εξάρτηση από το γεωδαιτικό πλάτος
- Πιθανή αιτία → λανθασμένες διορθώσεις λόγω παλιρροιών και ατμοσφαιρικής πίεσης στα πρωτογενή δεδομένα της ΓΥΣ
- Απουσία ακριβούς γνώσης και τεκμηρίωσης των διορθώσεων που εφαρμόστηκαν στις μετρήσεις της ΓΥΣ
- Χρήση κατάλληλων παραμετρικών μοντέλων για την απομάκρυνση των άγνωστων εξαρτήσεων



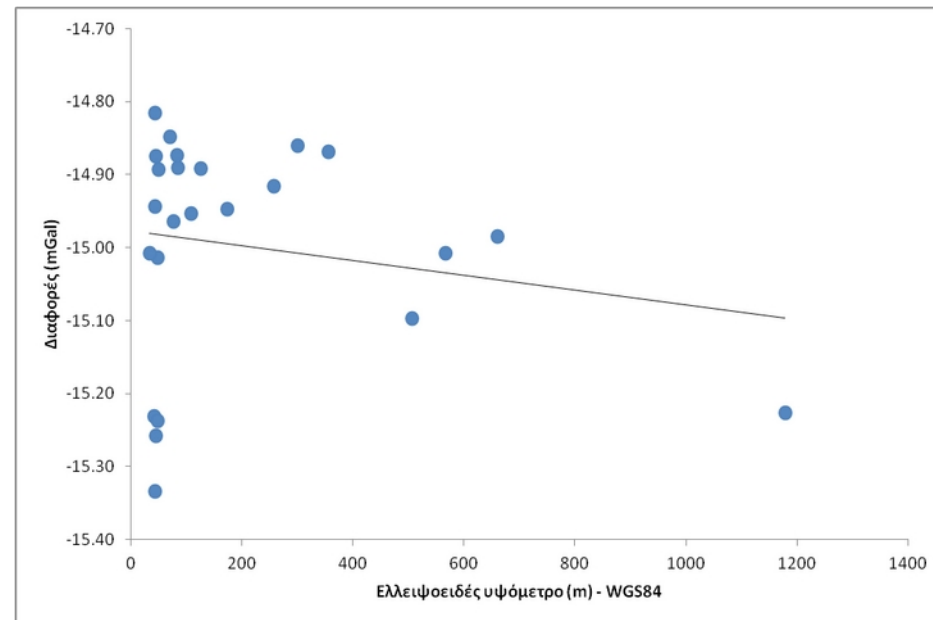
Εξάρτηση διαφορών από το γεωδαιτικό πλάτος μετά την απομάκρυνση του όρου Honkasalo



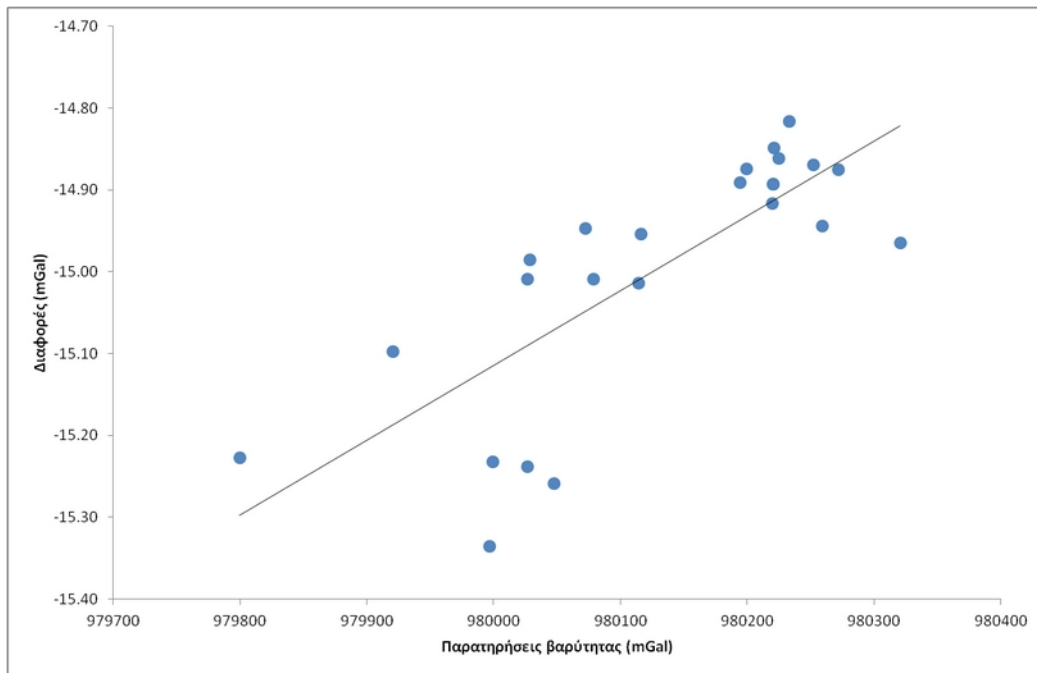
- Εξάρτηση από το γεωδαιτικό μήκος  $\lambda$  και το υψόμετρο  $h$
- Δίχως ξεκάθαρη τάση όπως στην περίπτωση του γεωδαιτικού πλάτους  $\varphi$



Εξάρτηση από το γεωδαιτικό μήκος  $\lambda$



- Εξάρτηση από τη μετρούμενη τιμή της βαρύτητας
- Τάση ελάττωσης της διαφορών με την αύξηση της μετρούμενης τιμής



Εξάρτηση από τη μετρούμενη τιμή βαρύτητας

- Διαφορές τιμών ΓΥΣ με μετρούμενες
- Μετάδοση και στα χαμηλότερης τάξης δίκτυα
- Η ζητούμενη ακρίβεια 1 cm στο γεωειδές είναι αδύνατη δίχως τη διόρθωση των εξαρτήσεων
- Δεν οφείλονται μόνο σε διαφορά στάθμης (bias)
- Γραμμική εξάρτηση με το γεωδαιτικό πλάτος και τη μετρούμενη τιμή

- Μοντέλα απόδοσης της τάσης
- Μοντέλα μεταθέσεων διαφορετικών συστημάτων 4 και 5 παραμέτρων
- Εισαγωγή επιπλέον παραμέτρων που αφορούν στις μετρήσεις βαρύτητας
- Μοντέλο παλινδρόμησης και επέκτασή του με στοιχεία γεωδαιτικών συντεταγμένων
- Πολυωνυμικά μοντέλα πρώτου και δεύτερου βαθμού
- Εξέταση ως προς την καταλληλότητά τους, την προσαρμογή-ερμηνεία των διαφορών, την αξιοπιστία τους και τη σημαντικότητα των συντελεστών τους

$$\mathbf{g}_{obs} = \mathbf{g}_{\Gamma\Upsilon\Sigma} + \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{v} \Rightarrow \mathbf{g}_{obs} - \mathbf{g}_{\Gamma\Upsilon\Sigma} = \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{v} \Rightarrow \mathbf{b} = \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \mathbf{v}$$

Παραμετρικό μοντέλο

# Παραμετρικά μοντέλα ελέγχου και ερμηνείας διαφορών (2)

8

- Παραμετρικό μοντέλο 4 παραμέτρων – Μοντέλο Α

$$g_{obsi} - g_{\Gamma Y \Sigma i} = a + b \cos \phi_i \cos \lambda_i + c \cos \phi_i \sin \lambda_i + c \sin \phi_i + v_i$$

- Παραμετρικό μοντέλο 5 παραμέτρων – Μοντέλο Β

$$g_{obsi} - g_{\Gamma Y \Sigma i} = a + b \cos \phi_i \cos \lambda_i + c \cos \phi_i \sin \lambda_i + c \sin \phi_i + d \sin^2 \phi_i + v_i$$

- Απλό μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης (μετάθεση και κλίμακα) – Μοντέλο Γ

$$g_{obsi} - g_{\Gamma Y \Sigma i} = a + b(g_{\Gamma Y \Sigma i} - g_{mean}) + v_i$$

- Διευρυμένο μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης – Μοντέλο Δ

$$g_{obsi} - g_{\Gamma Y \Sigma i} = a + b(g_{\Gamma Y \Sigma i} - g_{mean}) + c(\phi_i - \phi_{mean}) + d(\lambda_i - \lambda_{mean}) \cos \phi_i + v_i$$

- Διευρυμένα πολυωνυμικά μοντέλα πρώτης και δεύτερης τάξης – Μοντέλα Ε και ΣΤ

$$g_{obsi} - g_{\Gamma Y \Sigma i} = a + b(g_{\Gamma Y \Sigma i} - g_{mean}) + \sum_{m=0}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} x_{(3m+n)} (\phi_i - \phi_{mean})^n (\lambda_i - \lambda_{mean})^m \cos^m \phi_i + v_i$$

# Σενάρια στοχαστικού μοντέλου παρατηρήσεων



- **Σενάριο 1ο:** ισοβαρείς παρατηρήσεις → μοναδιαίος πίνακας βαρών των παρατηρήσεων
- **Σενάριο 2ο:** Πίνακας βαρών από τις εκτιμήσεις των μεταβλητοτήτων κατά την προεπεξεργασία

$$b_i = g_{obs_i} - g_{\Gamma Y \Sigma_i} \Rightarrow \sigma_{b_i}^2 = \sigma_{g_{obs_i}}^2 + \sigma_{\Gamma Y \Sigma_i}^2$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{b_1}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{b_2}^2} & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{b_n}^2} \end{bmatrix}$$

Υπόθεση ασυσχέτιστων παρατηρήσεων με τις τιμές αναφοράς της ΓΥΣ

- **Σενάριο 3ο:** Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας (Variance component estimation – VCE)

- Κλασική εμπειρική μέθοδος → στατιστικά των residuals
- Εσωτερική ακρίβεια προσαρμογής δίχως αυστηρούς στατιστικούς ελέγχους
- Διαγράμματα απόλυτων και σχετικών διαφορών στα σημεία ελέγχου σε συνάρτηση με την απόστασή τους από τα γειτονικά

$$\Delta g_{ij} = (g_{\Gamma Y \Sigma j} - g_{\Gamma Y \Sigma i}) - (g_{obsj} - g_{obsi})$$

$$a_r = \frac{\Delta g_{ij}}{S_{ij}} \quad [ppm]$$

$$S_{ij} = R \arccos(\sin \varphi_i \sin \varphi_j + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \cos(\lambda_i - \lambda_j))$$

- Εκτίμηση βέλτιστης προσαρμογής (goodness of fit)

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (l_i - \hat{v}_i)^2}{\sum_{i=1}^m (l_i - \bar{l}_i)^2}$$

- Έλεγχος σημαντικότητας συντελεστών  $F = \frac{\hat{\mathbf{x}}_2^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_2}{m_2 \hat{\sigma}^2} \leq F_{m_2, f}^{\alpha}$

- Σάρωση δεδομένων → έλεγχος προσαρμογής δεδομένων στο μοντέλο

$$r_i = \left| \frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}(\hat{v}_i)} \right|$$

$$t_i = r_i \sqrt{\frac{f-1}{f-r_i^2}} \leq t_{f-1}^{\alpha/2}$$

# Σενάριο 1ο – Ισοβαρείς παρατηρήσεις (1)



- Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την εξάρτηση των διαφορών από το γεωδαιτικό πλάτος κυρίως και δευτερευόντως από τη μετρούμενη τιμή της βαρύτητας
- Τα παραμετρικά μοντέλα αντιμετωπίζουν τις εξαρτήσεις → επιφάνειες διόρθωσης των τιμών της ΓΥΣ
- Μετασχηματισμός στις τιμές σε όλη την επικράτεια και αναφορά τους στο 2020

	Μέγιστη τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	
Πριν την προσαρμογή	-14,816	-15,335	-14,998	±0.151	
Μοντέλο Α	-0,180	0,156	0,000	±0.069	
Μοντέλο Β	-0,189	0,142	0,000	±0.067	
Μοντέλο Γ	-0,217	0,103	0,000	±0.095	
Μοντέλο Δ	-0,103	0,127	0,000	±0.057	
Μοντέλο Ε	-0,091	0,132	0,000	±0.055	
<b>Μοντέλο ΣΤ</b>	<b>-0,102</b>	<b>0,074</b>	<b>0,000</b>	<b>±0.036</b>	<b>[mGal]</b>

# Σενάριο 1ο – Ισοβαρείς παρατηρήσεις (2)

- Υπολογισμός συντελεστών προσαρμογής μοντέλων

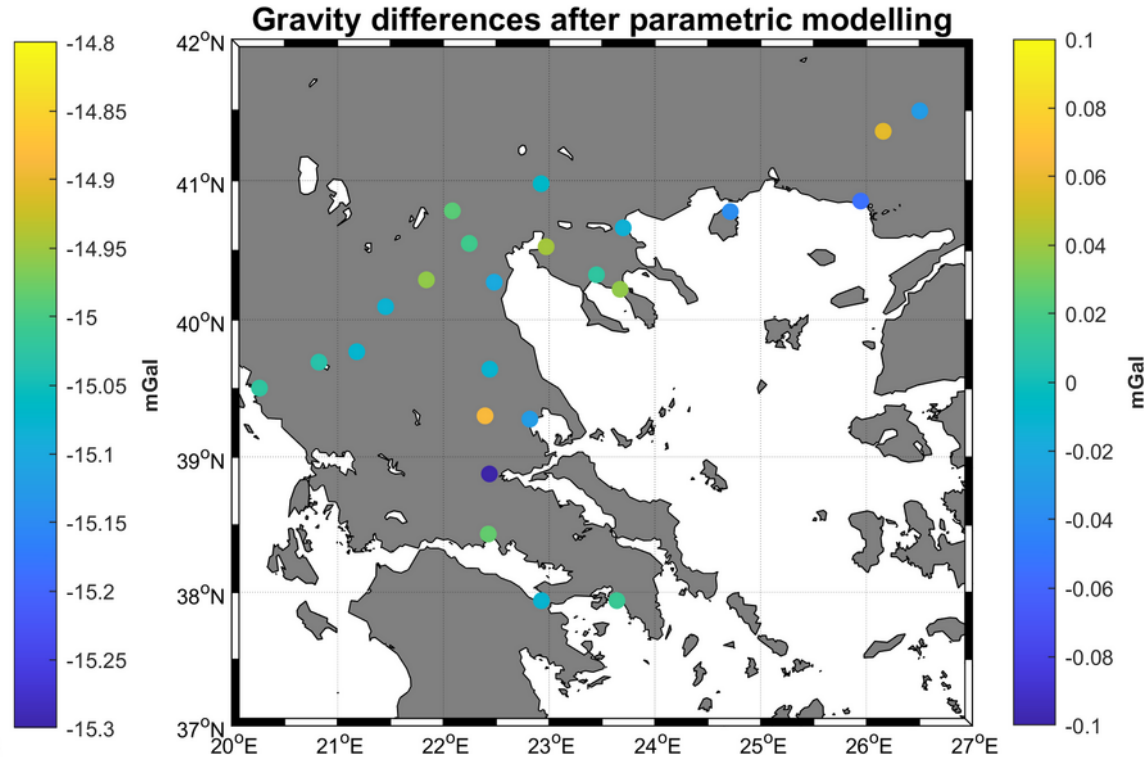
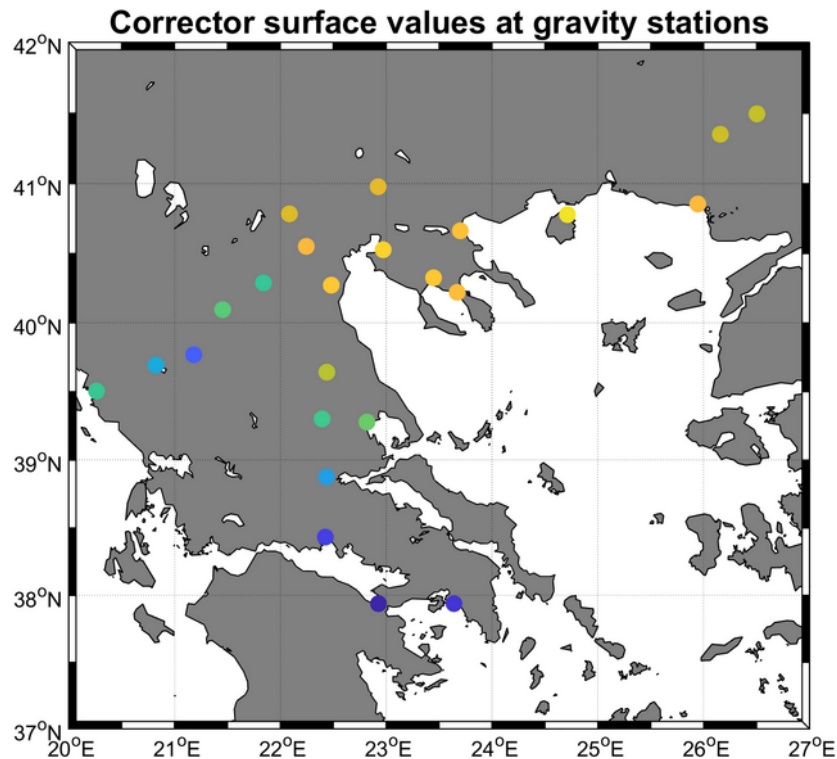
	$R^2$	$R_a^2$
Μοντέλο Α	0,795	0,822
Μοντέλο Β	0,804	0,838
Μοντέλο Γ	0,605	0,622
Μοντέλο Δ	0,861	0,879
Μοντέλο Ε	0,869	0,892
<b>Μοντέλο ΣΤ</b>	<b>0,943</b>	<b>0,965</b>

- Όσο πλησιέστερα στη μονάδα τόσο καλύτερη είναι η προσαρμογή του μοντέλου
- Πολυωνυμικό μοντέλο 2ου βαθμού → καλύτερη προσαρμογή**
- Διεύρυνση μοντέλων → στατιστική σημαντικότητα επιπλέον συντελεστών**



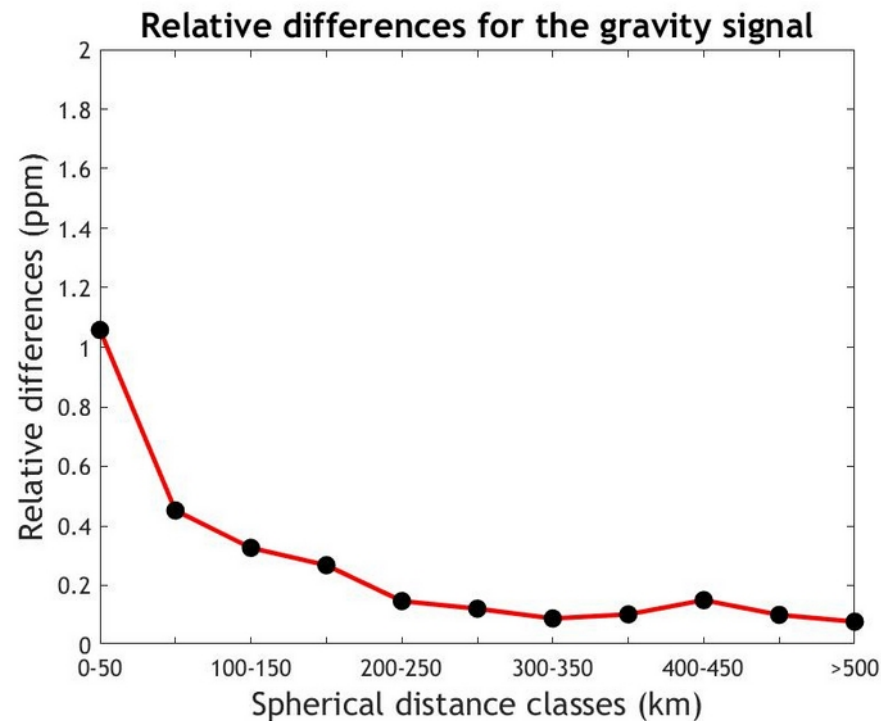
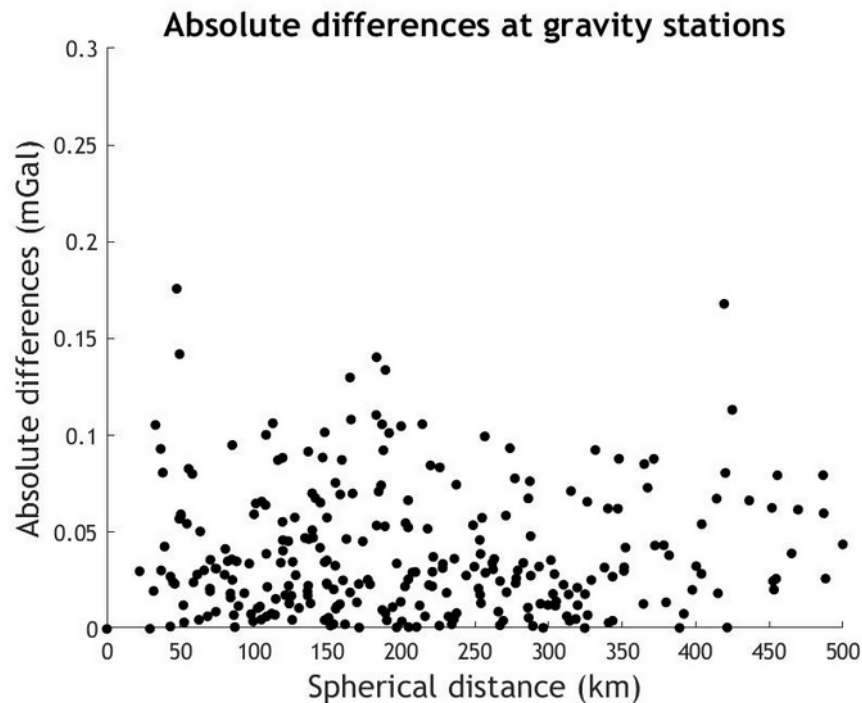
# Σενάριο 1ο – Ισοβαρείς παρατηρήσεις (3)

- Τιμές της επιφάνειας διόρθωσης στα σημεία ελέγχου πριν και μετά την προσαρμογή του μοντέλου (Μοντέλο ΣΤ)



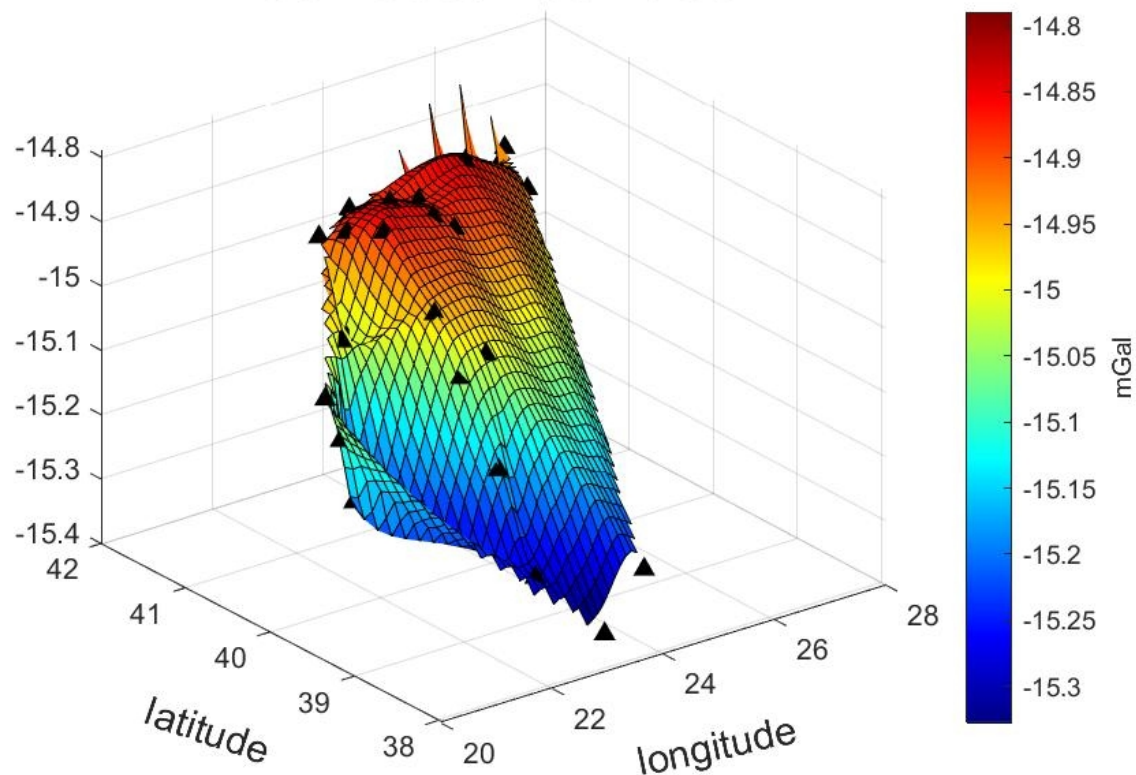
# Σενάριο 1ο – Ισοβαρείς παρατηρήσεις (4)

- Απόλυτες και σχετικές διαφορές στα σημεία ελέγχου ωε προς τη μεταξύ τους σφαιρική απόσταση μετά την προσαρμογή του μοντέλου (Μοντέλο ΣΤ)



- Η μορφή της επιφάνειας διόρθωσης (Μοντέλο ΣΤ)

## Corrector Surface



# Σενάριο 2ο: Χρήση μεταβλητοτήτων προεπεξεργασίας (1)



- **Συνθετικές παρατηρήσεις** → προεπεξεργασία αρχικών μετρήσεων από το λογισμικό του οργάνου για την εκτίμηση του βάρους τους

- Τιμές αναφοράς ΓΥΣ → απουσία πληροφορίας →  $\sigma_{\Gamma\Upsilon\Sigma} = \pm 0.02 \text{ mGal (BGI)}$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{C}_{g_{\text{obs}}} + \mathbf{C}_{g_{\Gamma\Upsilon\Sigma}})^{-1}$$

- Νέος πίνακας βάρους → εκτιμήσεις τελικών συντελεστών μοντέλων
- Δεν υπάρχει εμφανής διαφορά στις επιφάνειες διόρθωσης → παραμένει η ΒΑ – ΝΔ τάση των διαφορών και η εξάρτηση από τη μετρούμενη τιμή
- Residuals διαφορών → μικρή ελάττωση του εύρους των διαφορών → επίδραση νέου πίνακα βάρους
- Απουσία ασταθών λύσεων → συνεισφορά εκ των προτέρων πληροφορίας για τις ακρίβειες των μετρήσεων

## Σενάριο 2ο: Χρήση μεταβλητοτήτων προεπεξεργασίας (2)

8

- Παραμετρικά μοντέλα → απομάκρυνση διαφορών στάθμης και εξαρτήσεων από τη θέση και τη μετρούμενη τιμή της βαρύτητας
- Νέος πίνακας βάρους → παραμένει η βέλτιση συμπεριφορά του Μοντέλου ΣΤ

	Μέγιστη τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
Πριν την προσαρμογή	-14,816	-15,335	-14,998	±0.151
Μοντέλο Α	-0,182	0,138	0,000	±0.069
Μοντέλο Β	-0,196	0,118	0,000	±0.068
Μοντέλο Γ	-0,220	0,104	0,000	±0.096
Μοντέλο Δ	-0,095	0,132	0,000	±0.057
Μοντέλο Ε	-0,081	0,137	0,000	±0.055
<b>Μοντέλο ΣΤ</b>	<b>-0,120</b>	<b>0,059</b>	<b>0,000</b>	<b>±0.039</b>

[mGal]

- Υπολογισμός συντελεστών προσαρμογής

	$R^2$	$R_a^2$
Μοντέλο Α	0,790	0,817
Μοντέλο Β	0,795	0,831
Μοντέλο Γ	0,599	0,617
Μοντέλο Δ	0,856	0,875
Μοντέλο Ε	0,867	0,890
<b>Μοντέλο ΣΤ</b>	<b>0,933</b>	<b>0,959</b>

- Η διεύρυνση των μοντέλων αποδεικνύεται από τον έλεγχο σημαντικότητας των επιπλέον συντελεστών

# Σενάριο 3ο: Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας (1)

8

- Χρησιμοποιήθηκε η τετραγωνική αναπηρέαστη εκτίμηση ελάχιστης νορμας (**MINQUE** – Ρωσσικόπουλος 1999, Φωτίου και Δερμάνης, 1992)

- Η εκτίμηση των συνιστωσών μεταβλητότητας  $\hat{\sigma} = [\hat{\sigma}_1^2 \quad \hat{\sigma}_2^2 \quad \dots \quad \hat{\sigma}_m^2]$

- Υπολογίζεται από τη λύση του συστήματος  $\mathbf{J}\hat{\sigma} = \mathbf{q}$

$$J_{ij} = \text{tr}\{\mathbf{W}\mathbf{V}_i\mathbf{W}\mathbf{V}_j\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad q_i = \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \mathbf{V}_i \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{V}_i \mathbf{Q}^{-1} \hat{\mathbf{v}}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}^{-1}$$

- Αρχικές συμμεταβλητότητες των παρατηρήσεων 2ου σεναρίου

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1} \quad \mathbf{Q} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \dots + \mathbf{V}_m$$

- Η λύση απαιτεί επαναλήψεις με νέο πίνακα βάρους που προκύπτει με τον πολλαπλασιασμό της εκτίμησης κάθε συνιστώσας της προηγούμενης λύσης

- Ο πίνακας συμμεταβλητοτήτων των εκτιμήσεων των συνιστωσών  $\rightarrow \mathbf{C}_{\hat{\sigma}} = 2\mathbf{J}^{-1}$

## Σενάριο 3ο: Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας (2)



- Ελάχιστη η συνεισφορά του εκτιμήσιμου πίνακα βαρών στον υπολογισμό των επιφανειών διόρθωσης
- Ικανοποιητική η διαδικασία εύρεσης των βαρών κατά την προεπεξεργασία των παρατηρήσεων
- Βελτιωμένα στατιστικά χαρακτηριστικά στα μοντέλα Β και Γ
- Σταθερές λύσεις με ορίζουσες των συστημάτων αρκετά μεγαλύτερες του μηδενός



# Σενάριο 3ο: Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας (3)

- Στατιστικά των διαφορών πριν και μετά την προσαρμογή των μοντέλων

	Μέγιστη τιμή	Ελάχιστη τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
Πριν την προσαρμογή	-14,816	-15,335	-14,998	±0.151
Μοντέλο Α	-0,182	0,138	0,000	±0.069
Μοντέλο Β	-0,189	0,135	0,000	±0.067
Μοντέλο Γ	-0,217	0,104	0,000	±0.095
Μοντέλο Δ	-0,095	0,132	0,000	±0.057
Μοντέλο Ε	-0,081	0,137	0,000	±0.055
<b>Μοντέλο ΣΤ</b>	<b>-0,120</b>	<b>0,059</b>	<b>0,000</b>	<b>±0.039</b>

[mGal]

# Σενάριο 3ο: Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας (4)

- Υπολογισμός συντελεστών προσαρμογής μοντέλων

	$R^2$	$R_a^2$
Μοντέλο Α	0,790	0,817
Μοντέλο Β	0,803	0,837
Μοντέλο Γ	0,605	0,622
Μοντέλο Δ	0,856	0,875
Μοντέλο Ε	0,867	0,890
<b>Μοντέλο ΣΤ</b>	<b>0,933</b>	<b>0,959</b>

- Οι συντελεστές των διευρυμένων μοντέλων ελέγχθηκαν ως προς τη στατιστική τους σημαντικότητα
- Κανένα από τα εξωτερικά ομαλοποιημένα σφάλματα των παρατηρήσεων δεν ξεπερνά το όριο ( $\alpha = 0.001$ )

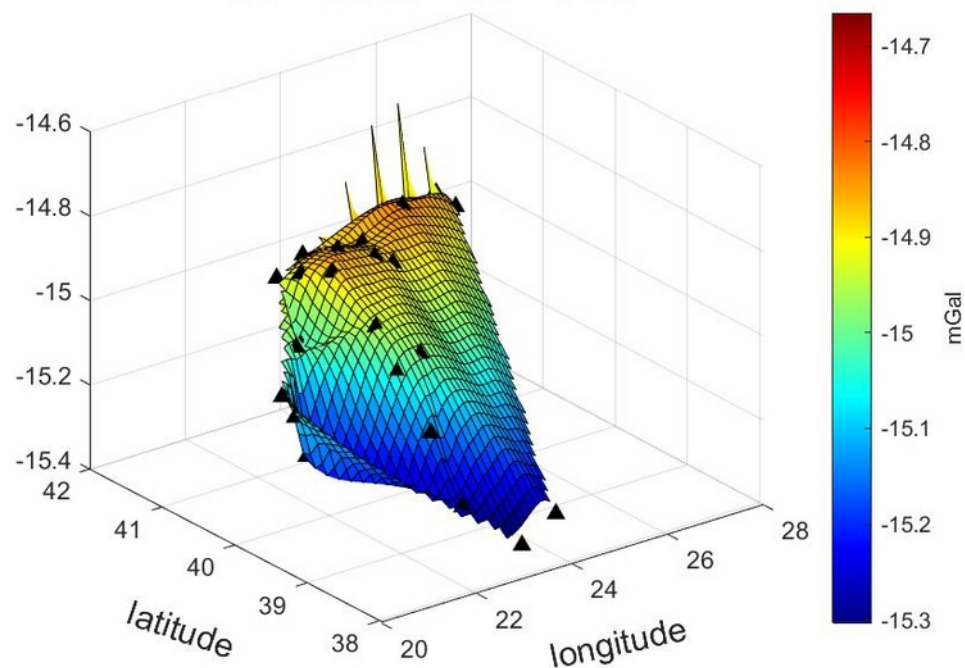
# Σενάριο 3ο: Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας (5)

- Τελική λύση και επιλογή μοντέλου και συντελεστών

$$g_{obsi} - g_{\Gamma Y \Sigma i} = a + b(g_{\Gamma Y \Sigma i} - g_{mean}) + \sum_{m=0}^{m_{max}} \sum_{n=0}^{n_{max}} x_{(3m+n)} (\phi_i - \phi_{mean})^n (\lambda_i - \lambda_{mean})^m \cos^m \phi_i + v_i, \quad m_{max} = n_{max} = 2$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{x}_0 \\ \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.94293185 & [mGal] \\ 0.000995074 \\ -0.065756376 & [mGal] \\ -0.013053145 & [mGal] \\ 0.005434834 & [mGal] \\ 0.057602721 & [mGal] \\ 0.028312139 & [mGal] \\ -0.054429685 & [mGal] \\ 0.075150357 & [mGal] \\ -0.048838688 & [mGal] \end{bmatrix}$$

### Corrector Surface



- Στόχος → μελέτη και αξιολόγηση του βαρυτημετρικού δικτύου 1ης και 2ης τάξης Βόρειας και Κεντρικής Ελλάδας
- Απόλυτες (A10 – Scintrex) και σχετικές (CG5 – Scintrex) μετρήσεις
- Σύγκριση μετρήσεων με τιμές αναφοράς της ΓΥΣ → ερμηνεία των διαφορών
- Αξιολόγηση βάσει κατάλληλων παραμετρικών μοντέλων → όροι που συσχετίζονται με τις παρατηρούμενες εξαρτήσεις
- Μελέτη της στοχαστικής συμπεριφοράς διαφορών
- Μελέτη των βαρών των παρατηρούμενων ποσοτήτων
- Εμπειρικές μέθοδοι σύγκρισης και κατάλληλοι στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων

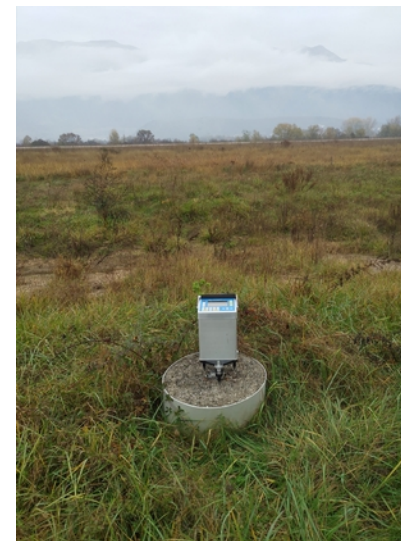
- Ως προς τις σημάνσεις των σημείων
  - Βάθρα ή σημεία επί εδάφους με κατάλληλη σήμανση
  - Επιλογή θέσης από τη ΓΥΣ → προστατευμένες περιοχές (εκκλησίες, στρατιωτικές εγκαταστάσεις, δημόσια κτήρια)
  - Δεν υπάρχει πληροφόρηση σχετικά με κριτήρια σταθερότητας εδάφους ή σύσταση υπεδάφους κατά την επιλογή των σημείων
  - Χαμηλή εσωτερική ακρίβεια σε ορισμένα βάθρα → αστάθεια εδάφους ή συνθήκες μέτρησης



Έδεσσα



Κατερίνη



Ιωάννινα

- Ως προς τις υπολογιζόμενες διαφορές με τις τιμές αναφοράς της ΓΥΣ
  - Μέση τιμή διαφορών της τάξης των 15 mGal – διαφορά Potsdam – IGSN71 (13.6 mGal)
- Νέες μετρήσεις ανεξάρτητες των συστημάτων βαρύτητας → απόλυτες τιμές βαρύτητας
- Για πρώτη φορά απόλυτες μετρήσεις βαρύτητας στην Ελλάδα → Βασική τιμή ΓΥΣ από σχετικές μετρήσεις από σημεία αναφοράς στην Ιταλία και Μ. Βρετανία
- Όχι σταθερή διαφορά στάθμης (bias) των παρατηρούμενων διαφορών
- Εξαρτήσεις από το γεωδαιτικό πλάτος και τη μετρούμενη τιμή βαρύτητας
- Διόρθωση Honkasalo → βελτίωση των διαφορών, αλλά όχι στην αναμενόμενη τάξη
- Εξάρτηση από το πλάτος → πλημμελείς διορθώσεις λόγω παλιρροιών ή ατμοσφαιρικής πίεσης → απουσία τεκμηρίωσης μετρήσεων
- Εξάρτηση από την τιμή βαρύτητας → διαφορά κλίμακας μεταξύ των οργάνων

- Ως προς την ερμηνεία και αντιμετώπιση των διαφορών
  - Επιλογή κατάλληλων παραμετρικών μοντέλων
  - Παράμετροι των μοντέλων σχετικά με τις εξαρτήσεις (γεωδαιτικό πλάτος και τιμή της βαρύτητας)
  - Παραμετρικό μοντέλο επιλογής → πολυωνυμικό μοντέλο δευτέρου βαθμού, διευρυμένο με όρους σχετικούς με τη μετρούμενη τιμή της βαρύτητας
  - Όροι σχετικοί με τη γεωδαιτική θέση → απορρόφηση της εξάρτησης από το πλάτος
  - Όροι σταθερής στάθμης και κλίμακας → απορρόφηση εξαρτήσεων από την βαρύτητα
  - Κλίση επιφάνειας διόρθωσης BA – NΔ
  - Πλεονεκτεί σε όλους τους στατιστικούς ελέγχους, τους δείκτες προσαρμογής και την εσωτερική ακρίβεια του αλγορίθμου

- Ως προς το στοχαστικό μοντέλο των παρατηρήσεων
  - Τρία βασικά σενάρια επιλογής βαρών
    - 1) Ισοβαρείς παρατηρήσεις
    - 2) Βάρη από την προεπεξεργασία
    - 3) Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας
  - Σημαντική η συνεισφορά του πίνακα βαρών στις εκτιμήσεις των συντελεστών
  - Ισοβαρείς παρατηρήσεις → ασταθείς λύσεις λόγω του ακατάλληλου πίνακα βαρών
  - Εκτίμηση συνιστωσών μεταβλητότητας → εξασφάλιση σταθερότητας τελικής λύσης



- Το βαρυτημετρικό δίκτυο A και B τάξης της ΓΥΣ εμφανίζει εξαρτήσεις από το γεωδαιτικό πλάτος και την τιμή της έντασης της βαρύτητας
- Αποκαλύφθηκαν μέσω απόλυτων και σχετικών μετρήσεων (ΠΕ2)
- Μοντελοποίηση και απαλοιφή μέσω κατάλληλα επιλεγμένων παραμετρικών επιφανειών διόρθωσης και ελέγχων στο στοχαστικό μοντέλο (ΠΕ4)
- **Διευρυμένη πολυωνυμική επιφάνεια 2ου βαθμού σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο εκτίμησης συνιστωσών μεταβλητότητας**
- Χρήση συντελεστών στα υπόλοιπα σημεία → αναθεώρηση των τιμών αναφοράς
- Προσέγγιση γεωειδούς ακριβείας με χρήση παλαιών τιμών → **μετάδοση διαφορών κλίσεων και μεταβολών σταθμών και κλίμακας στο τελικό προϊόν**
- **Απαραίτητη η αναθεώρηση των τιμών αναφοράς του βαρυτημετρικού δικτύου και ο έλεγχος σε περιοχές της Νότιας Ελλάδας και της νησιωτικής χώρας**



# Αξιολόγηση του Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας

Βασίλειος Ανδριτσάνος<sup>2</sup>, Βασίλειος Γρηγοριάδης<sup>1</sup>,  
Δημήτριος Νατσιόπουλος<sup>1</sup>

<sup>1</sup>GravLab, Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

<sup>2</sup>GAEA, Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

